Université Ibn Zohr
Faculté Polydisciplinaire
Ouarzazate, Maroc

جامعة ابن زهر
الكلية متعددة التخصصات
ورزازات، المغرب

Correction des
Travaux Dirigés de Thermodynamique I*
Proposés par : Prof. Hassan Chaib
Filière : SMP, **Semestre** : 1, **Année** : 2016/2017, **Série** : 03

Exercice 1

1. D'après l'équation d'état du gaz parfait, le volume V_1 occupé par le gaz d'azote N_2 est donné par :
$$V_1 = \frac{n_1 R T_1}{p_1} \tag{1}$$
où n_1 est le nombre de moles du gaz. Il est donné par :
$$n_1 = \frac{m_1}{M_{N_2}} = \frac{m_1}{2M_N} \tag{2}$$
A.N. : $n_1 = 0{,}714\,\text{mol}$ et $V_1 = 0{,}174\,\text{m}^3$.
2. La température est protée à T_1' dans une transformation isobare dans laquelle la pression reste constante (c.-à-d. $p_1' = p_1$), alors :
$$V_1' = \frac{n_1 R T_1'}{p_1'} \tag{3}$$
A.N. : $V_1' = 0{,}186\,\text{m}^3$.
3. Quand on fait communiquer entre les deux récipients, le volume total V qu'occupe les deux gaz est :
$$V = V_1' + V_2 \tag{4}$$
Les deux gaz sont considérés comme parfaits et par conséquent leur mélange se comporte également comme un gaz parfait. Cependant, sa pression totale p s'écrit :
$$p = \frac{nRT}{V} \tag{5}$$
avec $T = T_1' = T_2$ est la température du mélange et $n = n_1 + n_2$ est le nombre de moles du mélange des deux gaz où n_1 est le nombre de moles du gaz d'azote N_2 et n_2 est le nombre de moles du gaz d'oxygène O_2 qui a pour expression :
$$n_2 = \frac{p_2 V_2}{R T_2} \tag{6}$$
A.N. : $n_2 = 1{,}845\,\text{mol}$, $n = 2{,}559\,\text{mol}$ et $p = 2{,}176 \times 10^4\,\text{Pa}$.

* La version électronique de ces travaux dirigés et des épreuves relatives à la même matière sont disponibles, avec leurs corrections, sur le site Web : http://chaib.fpo.ma/teaching/.

4. La masse m du mélange s'écrit :

$$m = m_1 + m_2 \tag{7}$$

avec m_1 est la masse du gaz d'azote N_2 et m_2 est la masse du gaz d'oxygène O_2 qui a pour expression :

$$m_2 = n_2 M_{O_2} = 2n_2 M_O \tag{8}$$

A.N. : $m = 79{,}04\,\mathrm{g}$.

5. L'énergie interne U du mélange s'écrit :

$$U = U_1 + U_2 \tag{9}$$

avec U_1 est l'énergie interne du gaz d'azote N_2 et U_2 est l'énergie interne du gaz d'oxygène O_2. Ces deux gaz sont diatomiques, alors leurs énergies internes s'écrivent :

$$U_1 = \frac{5}{2} n_1 RT \quad \text{et} \quad U_2 = \frac{5}{2} n_2 RT \tag{10}$$

Alors :

$$U = \frac{5}{2} n_1 RT + \frac{5}{2} n_2 RT = \frac{5}{2} nRT \tag{11}$$

A.N. : $U = 16{,}648\,\mathrm{kJ}$.

6. La capacité calorifique à volume constant C_V du mélange, qui est un gaz parfait, est donnée par :

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{5}{2} nR \tag{12}$$

A.N. : $C_V = 53{,}189\,\mathrm{J\,K^{-1}}$.

Exercice 2

1. Soit n le nombre de moles d'azote contenu dans l'enceinte avant le remplissage. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, la quantité n a pour expression :

$$n = \frac{pV}{RT} \tag{13}$$

Cependant, la masse m du gaz d'azote avant le remplissage est :

$$m = nM_{N_2} = 2nM_N \tag{14}$$

où $M_{N_2} = 2M_N$ représente la masse molaire d'azote moléculaire N_2.
A.N. : $n = 8072\,\mathrm{mol}$ et $m = 226\,\mathrm{kg}$.

2. Soit n' le nombre de moles d'azote contenu dans l'enceinte après le remplissage. Cette quantité est donnée par :

$$n' = n + n^* \tag{15}$$

Cependant, la masse m' du gaz d'azote après le remplissage est :

$$m' = n' M_{N_2} = 2n' M_N \tag{16}$$

A.N. : $n' = 18\,072\,\mathrm{mol}$ et $m' = 506\,\mathrm{kg}$.

3. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, la pression p' juste après le remplissage est donnée par :
$$p' = \frac{n'RT'}{V} \tag{17}$$
A.N. : $p' = 25{,}77\,\mathrm{bar}$.
4. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, la pression p'' après le refroidissement s'écrit :
$$p'' = \frac{n'RT''}{V} \tag{18}$$
A.N. : $p'' = 22{,}39\,\mathrm{bar}$.
5. La variation de l'énergie interne lors du refroidissement du gaz, qui se comporte comme un gaz parfait, est donnée par :
$$\Delta U = \int_{T'}^{T''} C_\mathrm{V}\,\mathrm{d}T \tag{19}$$
soit :
$$\Delta U = C_\mathrm{V}(T'' - T') \tag{20}$$
où $C_\mathrm{V} = \frac{5}{2}nR$ car il s'agit d'un gaz diatomique.
A.N. : $\Delta U = -16{,}90 \times 10^3\,\mathrm{kJ}$.
6. Selon le premier principe de la thermodynamique, la variation de l'énergie interne lors du refroidissement du système, qui est un système fermé, est donnée par :
$$\mathrm{d}U = \delta W + \delta Q \tag{21}$$
Or la transformation est isochore (c.-à-d. $\mathrm{d}V = 0$), alors :
$$\delta W = -p\,\mathrm{d}V = 0 \tag{22}$$
d'où :
$$\mathrm{d}U = \delta Q \tag{23}$$
soit :
$$Q = \Delta U \tag{24}$$
A.N. : $Q = -16{,}90 \times 10^3\,\mathrm{kJ}$.

Exercice 3

1. Le nombre de moles n de l'air qui se trouve dans le cylindre est donné par :
$$n = \frac{m}{M_\mathrm{air}} \tag{25}$$
avec $M_\mathrm{air} = 0{,}8M_{\mathrm{N}_2} + 0{,}2M_{\mathrm{O}_2}$ représente la masse molaire de l'air qui est constitué de 80 % d'azote moléculaire N_2 et 20 % d'oxygène moléculaire O_2.
A.N. : $M_\mathrm{air} = 28{,}8\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ et $n = 0{,}035\,\mathrm{mol}$.
2. Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume V_1 du gaz avant l'injection du carburant s'écrit :
$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} \tag{26}$$
A.N. : $V_1 = 55{,}36\,\mathrm{cm^3}$.

3. Soient p_2, V_2 et T_2 les grandeurs thermiques caractérisant le gaz à l'intérieur du cylindre après l'injection du carburant. L'injection est réglée de manière à maintenir la pression constante dans le cylindre. Alors, la pression est la même avant et après l'injection c'est à dire $p_2 = p_1$. Pour une transformation isobare, on a :

$$\delta Q = \mathrm{d}U - \delta W = \mathrm{d}U + p\,\mathrm{d}V = \mathrm{d}U + \mathrm{d}(pV) = \mathrm{d}H \tag{27}$$

alors :

$$\delta Q = \mathrm{d}H = C_\mathrm{p}\,\mathrm{d}T \tag{28}$$

soit :

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{p}\,\mathrm{d}T = C_\mathrm{p}(T_2 - T_1) \tag{29}$$

d'où la température T_2 est donnée par :

$$T_2 = \frac{Q}{C_\mathrm{p}} + T_1 \tag{30}$$

avec $C_\mathrm{p} = \frac{7}{2}nR$ car il s'agit d'un gaz parfait diatomique.
Selon l'équation d'état des gaz parfaits, le volume V_2 s'écrit :

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2} \tag{31}$$

A.N. : $p_2 = 45\,\mathrm{bar}$, $V_2 = 182\,\mathrm{cm}^3$ et $T_2 = 2842\,\mathrm{K}$.

4. Le travail volumétrique W mis en jeu au cours de cette transformation isobare s'écrit :

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p_1\,\mathrm{d}V = -p_1(V_2 - V_1) \tag{32}$$

A.N. : $W = -571\,\mathrm{J}$.

5. La variation de l'énergie interne ΔU accompagnée à cette transformation isobare s'écrit :

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{V}\,\mathrm{d}T = C_\mathrm{V}(T_2 - T_1) \tag{33}$$

avec $C_\mathrm{V} = \frac{5}{2}nR$ car il s'agit d'un gaz parfait diatomique.
Pour l'enthalpie, sa variation ΔH accompagnée à cette transformation s'écrit :

$$\Delta H = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{p}\,\mathrm{d}T = C_\mathrm{p}(T_2 - T_1) \tag{34}$$

A.N. : $\Delta U = 1{,}428\,\mathrm{kJ}$ et $\Delta H = 2\,\mathrm{kJ}$.

Exercice 4

1. Le travail volumétrique W mis en jeu lors de la première compression isotherme entre les états (1) et (2) s'écrit :

$$\delta W = -p\,\mathrm{d}V = -nRT\frac{\mathrm{d}V}{V} \tag{35}$$

soit :

$$W = -nRT_1\int_{V_1}^{V_2}\frac{\mathrm{d}V}{V} = -nRT_1\ln\frac{V_2}{V_1} = -p_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1} \tag{36}$$

A.N. : $W = 2{,}303\,\mathrm{kJ}$.

2. On sait que pour un gaz parfait, l'énergie interne U dépend uniquement de la température T. Or $T = Cte$, alors :

$$\Delta U = W + Q = 0 \tag{37}$$

d'où la quantité de chaleur Q est donnée par :

$$Q = -W \tag{38}$$

A.N. : $Q = -2{,}303\,\mathrm{kJ}$.

3. Pour une transformation isotherme on a :

$$pV = p_1V_1 = p_2V_2 = Cte \tag{39}$$

soit :

$$p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} \tag{40}$$

A.N. : $p_2 = 10\,\mathrm{bar}$.

4. Pour une transformation isotherme l'énergie interne U et l'enthalpie H d'un gaz parfait dépendent uniquement de sa température T. Or $T = Cte$, alors :

$$\Delta U = 0 \quad \text{et} \quad \Delta H = 0 \tag{41}$$

A.N. : $\Delta U = 0\,\mathrm{J}$ et $\Delta H = 0\,\mathrm{J}$.

5. Si on remplace de l'air par de l'hydrogène moléculaire H_2 ou l'hélium He, les résultats ne changent pas parce que la nature du gaz ne change pas les données qui interviennent dans les calculs.

Exercice 5

1. L'air est considéré comme un gaz parfait constitué d'azote moléculaire N_2 et d'oxygène moléculaire O_2. L'air est un gaz diatomique car ses deux constituants sont diatomiques. Cependant, ses capacités calorifiques s'écrivent :

$$C_\mathrm{V} = \frac{5}{2}nR \quad \text{et} \quad C_\mathrm{p} = \frac{7}{2}nR \tag{42}$$

Alors, son indice adiabatique γ s'écrit :

$$\gamma = \frac{C_\mathrm{p}}{C_\mathrm{V}} = \frac{7}{5} \tag{43}$$

A.N. : $\gamma = 1{,}4$.

2. Pour une transformation isentrope on a :

$$pV^\gamma = p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma = Cte \tag{44}$$

soit :

$$p_2 = \frac{p_1V_1^\gamma}{V_2^\gamma} \tag{45}$$

A.N. : $p_2 = 25{,}12\,\mathrm{bar}$.

3. Les échanges de chaleur lors d'une transformation adiabatique réversible (c.-à-d. isentrope) sont nuls, alors :
$$Q_{12} = 0 \tag{46}$$
Cependant, le travail volumétrique W_{12} mis en jeu au cours de cette compression entre les états (1) et (2) s'écrit :
$$W_{12} = \Delta U_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{V}\,\mathrm{d}T = C_\mathrm{V}(T_2 - T_1) \tag{47}$$
soit
$$W_{12} = \frac{C_\mathrm{V}}{nR}\,(p_2V_2 - p_1V_1) \tag{48}$$
Or $(\gamma - 1)C_\mathrm{V} = nR$, alors :
$$W_{12} = \frac{1}{\gamma - 1}(p_2V_2 - p_1V_1) \tag{49}$$
A.N. : $W_{12} = 3{,}780\,\mathrm{kJ}$ et $Q_{12} = 0\,\mathrm{J}$.
4. La quantité de chaleur Q_{12} échangée au cours de cette transformation isentrope est nulle, alors :
$$\Delta U_{12} = W_{12} \tag{50}$$
Pour une transformation quelconque d'un gaz parfait, on a :
$$\Delta H_{12} = \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{p}\,\mathrm{d}T = \gamma \int_{T_1}^{T_2} C_\mathrm{V}\,\mathrm{d}T \tag{51}$$
soit :
$$\Delta H_{12} = \gamma \Delta U_{12} \tag{52}$$
A.N. : $\Delta U_{12} = 3{,}780\,\mathrm{kJ}$ et $\Delta H_{12} = 5{,}292\,\mathrm{kJ}$.
5. Si on remplace de l'air par de l'hydrogène moléculaire H_2, qui est aussi un gaz diatomique comme l'air, les résultats ne vont pas changer parce que les données qui interviennent dans les calculs restent les mêmes. Mais si on remplace de l'air par de l'hélium He, qui est un gaz monoatomique, les résultats vont changer parce que l'indice adiabatique qui intervient dans les calculs vaut $\frac{5}{3}$ pour un gaz monoatomique au lieu de $\frac{7}{5}$ pour un gaz diatomique.